Anhang C Vorlesung „Komplexe Zahlen“

Ludger Kaup, Übungen: Natalie van Eijk, Susanne Scholl

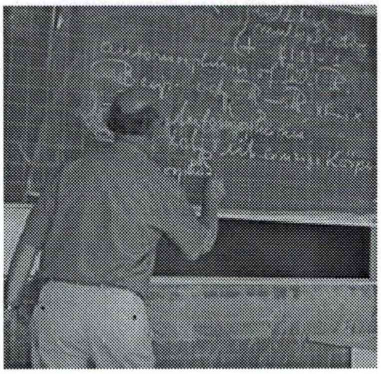
Beginnend mit der Einführung komplexer Zahlen wird das algebraische, geometrische und analytische Umfeld erläutert. Abbildungen, Homomorphismen, Körperautomorphismen werden betrachtet, Längen über ein Skalarprodukt eingeführt, Orthogonalität und lineare Abhängigkeit studiert, Potenzreihen werden für die komplexe Exponentialfunktion benötigt, dazu kommen wesentliche Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen; eine besondere Rolle spielt π. Über den euklidischen Algorithmus für normierte Polynome kommen wir schließlich zu einem analytischen Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra und einigen Folgerungen.

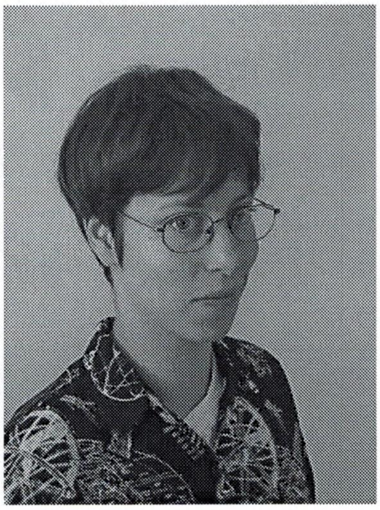
Übungen

Die Übungen sollten den Stoff der Vorlesung vertiefen und ergänzen. Die Übungsleiter beantworteten Verständnisfragen und machten die Schüler anhand von Beweisen, die in der Vorlesung aus Zeitgründen nicht vorgetragen werden konnten, mit den mathematischen Beweismethoden vertraut. Anfängliche Schwierigkeiten, daß etwa bei einem Beweis ausschließlich Stoff verwendet werden sollte, der zuvor in der Vorlesung behandelt worden war, wurden behoben.

Besonderer Wert wurde auf Gruppenarbeit gelegt, da sie in der Schule oft zu kurz kommt, für angehende Studenten mathematisch-naturwissenschaftlicher Fächer jedoch sehr wichtig ist. Meist kam es zu Diskussionen, die unter Anleitung schließlich in einwandfreie Beweise mündeten. So wurde unter anderem gezeigt, daß es auf den reellen Zahlen genau einen Körperautomorphismus gibt und daß im Gegensatz zu $\mathbb{R}$ die komplexen Zahlen keinen angeordneten Körper bilden.

Die Schüler zeigten sich stets motiviert und scheuten sich nicht davor nachzufragen, wenn sie etwas nicht verstanden. Hierbei war es sicherlich von Vorteil, daß die Übungsleiter auch Jugendliche waren und so Hemmschwellen gar nicht erst aufkamen. Die konstruktive und engagierte gruppendynamische Zusammenarbeit hat den Übungsleitern sehr viel Freude bereitet.





Anhang D Vortrag „Functional Equations“

Michal Zajac

We start with the following example of a functional equation

$$f(x+y) = f(x) \cdot f(y)\,. \tag{D.1}$$

Assume $f : \langle 0, \infty) \to \langle 0, \infty)$ is a solution of (D.1). By substituting $x = y = 0$ we obtain $f(0) = f(0+0) = f(0) \cdot f(0)$. Consequently either $f(0) = 0$ (and then f is identicaly 0) or $f(0) = 1$. If $\exists\, x_0 > 0$ for which $f(x_0) = b > 0$ then $f(nx_0) = f(\underbrace{x_0 + \cdots + x_0}_{n \text{ times}}) = b^n$. Using this relation one can easily prove that Then $f(r) = a^r$ for all rational $r \geq 0$.

It can be shown that a function f that describes radioactive splitting should be a decreasing solution of (D.1) and hence it is of the form $f(t) = a^t$, $t \geq 0$.

Next we deal with the Cauchy functional equation

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \tag{D.2}$$

If f is a solution of $(D.2)$ then $f(0) = f(0+0) = 2f(0) \Rightarrow f(0) = 0$. $f(2x) = f(x+x) = 2f(x)$ and by induction we obtain $f(n\,x) = n\,x$ for all natural numbers n. This allows to prove that $f(x) = x \cdot f(1)$ for all rational x. Moreover, if the function f is continuous then $f(x) = x \cdot f(1)$ for all real x. There are much weaker conditions that guarantee $f(x) = a\,x$ for a constant a, e.g this is the case if if f is upper bounded on an interval (α, β).

Solving of Jensen functional equation

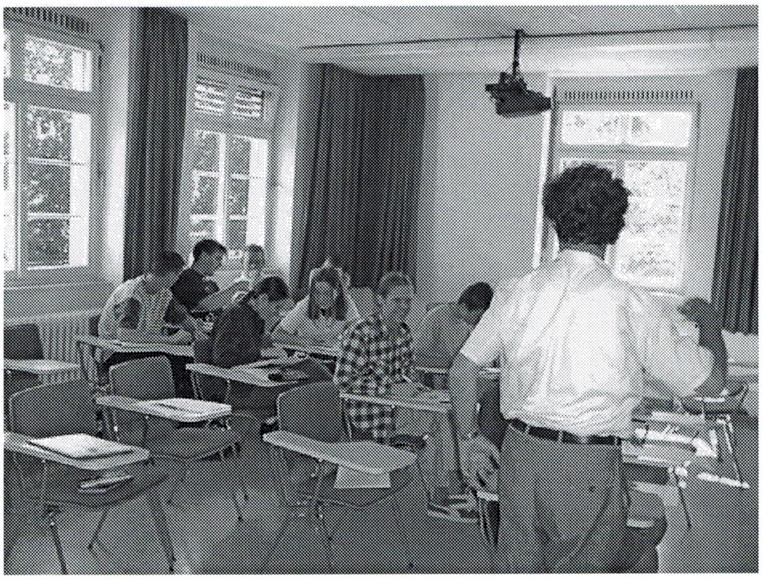
$$f\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{f(x) + f(y)}{2} \tag{D.3}$$

can be reduced to solving Cauchy functional equation: If f is a solution of (D.3) then $g(x) = f(x) - f(0)$ is a solution of equation (D.2) and for any solution g of (D.2) and for arbitrary constant b the function $f(x) = g(x) + b$ is a solution of (D.3).

Exercises Solve the following functional equations

1. $f(xy) = x\,f(y)$
2. $f(xy) = f(x) + f(y)$, a) for $x, y \in R$, b) for $x, y \in R \setminus \{0\}$

3. $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(y)$
4. $f(xy)=f\left(\frac{x}{y}\right),\ x,y\in(0,\infty)$
5. $f(xy)=f(x)$
6. $f(x+y)=f(x)\cdot 10^y$



Anhang E Kurs „Einführung in LaTeX“

Pascal Hitzler, Frank Houdek und Katharina Schmithüsen

Wie in den vergangenen Jahren haben wir uns bei der Erstellung des Bandes der Schülerreferate für das Satzsystem LaTeX, MikTex Version 1.20c, entschieden. Dieses System, das im wissenschaftlichen Umfeld sehr verbreitet ist, ist zum Setzen von mathematischen Texten prädestiniert und hat bereits in mehreren größeren Projekten der Herausgeber seine Leistungsfähigkeit unter Beweis gestellt.

Bei LaTeX handelt es sich nicht um eine Textverarbeitung im herkömmlichen Sinne, sondern um ein Satzsystem. Die grundlegenden Eigenschaften und Konzepte wurden den Schülern in einer kurzen theoretischen Einführung dargestellt. Dabei wurden insbesondere auch die Unterschiede zwischen einer Textverarbeitung und einem Satzsytem deutlich gemacht und die grundsätzliche Struktur eines in LaTeX gesetzten Textes besprochen.

Nach einer kurzen Übungsphase am Rechner, in der einige Aufgaben gestellt wurde, die in LaTeX umzusetzen waren, konnten die Schüler sehr schnell damit beginnen, ihre Referatstexte zu setzen. Mit Hilfe der ausgeteilten Kopien und bereitgestellten Bücher konnten die Schüler sich weitere Kenntnisse über LaTeX selbst erarbeiten und kamen meist ohne aufwendige weitere Hilfestellungen zurecht.

Von vielen Schülern lagen bereits Text- und Bilddateien zum Referat vor, die eingebunden oder für LaTeX überarbeitet werden konnten. Das Textsatzsystem fand großen Anklang und die Nachfrage nach der Software, die wir den Schülern zugänglich machten, war groß.

Die Ausstattung der Computerräume an der Staatlichen Akademie für Lehrerfortbildung ist für die Zwecke des Kurses hervorragend geeignet. Die Installation der Software wurde vor dem Kurs von Stephan Knupfer vorgenommen. Wir danken dem Systemadministrator der Akademie, Hans-Jürgen Noack, für seine Hilfe.

E.1 Literaturverzeichnis

[1] M. Goossens, F. Mittelbach und A. Samarin, *Der LaTeX-Begleiter*, Addison-Wesley, 1994.

[2] H. Kopka, *LaTeX— Eine Einführung*, Addison-Wesley, 2. Auflage, 1996.


MATRIX
R
SPACES

Anhang F Tagung des Emmy-Noether-Vereins

Simone Schuierer

Am Samstag, den 04. September tagte nachmittags im Hörsaal 1 der Emmy-Noether-Verein, der sich besonders der Förderung von Frauen in der Mathematik widmet. Ich hatte die Möglichkeit, als Zuhörer an der Tagung teilzunehmen.

Zu Beginn der Veranstaltung referierte Frau Prof. Z. Riečanová über „Order and Topological Continuity of Partial Operations “, wobei ich inhaltlich natürlich nicht folgen konnte.

Im Anschluss daran hielt Frau Prof. K. Richter einen Vortrag über „Historische Aspekte im Mathematikunterricht – Uberlegungen und Anregungen“. Hierbei hatte ich inhaltlich nun keine Probleme und erfuhr einige wissenswerte Details über die Lebensläufe diverser Mathematiker, ihr Leben mit der Mathematik und ihre Beiträge zur Weiterentwicklung des Faches.

Nach den Vorträgen begann die eigentliche Tagung. Es war für mich sehr interessant, im Laufe des Nachmittags etwas über die organisatorischen Fragestellungen und inhaltlichen Zielsetzungen, mit denen sich ein derartiger Verein beschäftigt, zu erfahren und einen kleinen Einblick in die Vereinsarbeit zu bekommen.

Am Abend hatten die Intensivkursteilnehmer ab 20.30 Uhr die Gelegenheit, im Rahmen einer Diskussionsrunde mit den Mitgliedern des Emmy-Noether-Vereins Frau Prof. Kalmbach H.E., Frau Prof. Riečanová, Herrn Prof. Lange, Herr und Frau Prof. Richter und Frau Brübach Fragen zum Mathematik-, Physik- oder Informatikstudium zu stellen. Hierbei interessierten die SchülerInnen neben Studienaufbau und -planung besonders Informationen zu Auslandsaufenthalten während des Studiums und möglichen beruflichen Tätigkeitsfeldern.

[Original Florian:] ... polynominale Oberflächen ...

[Original] Überforderungen sind bei den beschriebene Schwierigkeiten natürlich und häufig.
[Babelfish] Excessive demands are natural and frequent with described difficulties.
[Babelfish] Übermäßige Nachfragen sind natürlich und mit beschriebenen Schwierigkeiten häufig.

Conor zu Miro: What's *presentation* in German?
Miro zu Conor: I don't know.
Miro zu Pascal: Was heißt *Präsentation* auf Englisch?

K.1 Literaturverzeichnis

[1] Altavista Babelfish, http://babelfish.altavista.digital.com