MINT

(Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik)

Band 35

Gudrun Kalmbach H. E. (Hrsg.)

MINT Verlag Bad Woerishofen

2016

Submissions and Editorial Correspondence:
Letters (and articles) should be sent preferrably by email (as attachment)
to `mint-01@maxi-dsl.de`
or by postal mail to
Prof. Dr. G. Kalmbach H.E., PF 1533, D-86818 Bad Woerishofen,
Germany.

Editor for the Volume:

Gudrun Kalmbach H. E.

MINT

**(Mathematik, Informatik,
Naturwissenschaften, Technik)**

Band 35

MINT Verlag Bad Woerishofen

ISBN 978-3-9815640-8-2

Contents

Vorwort

In diesem Band der Reihe **MINT** wird auf die Bildungs- und Forschungsarbeit MINT und WIGRIS der Editorin eingegangen.
Im ersten Kapitel stellen die Autoren Walter Brübach und Werner Hauptvogel Lösungsmöglichkeiten und eine erweiterte Aufgabenstellung zu einer Aufgabe des Bundeswettbewerbs Mathematik 2016 vor. Der erste Schülerkurs der Editorin 1985 hatte begleitend ein Seminar mit Studenten Markus Dichtl, Gertrud Hartmann, Thomas Krug, Winfried Weber, die zusammen mit Rüdiger Paschotta halfen, das Programmieren der Schüler beim Kurs zu unterstützen (Kapitel 2). Die Firma IBM ermöglichte damals durch temporäres Bereitstellen eines PC-Pools für die Schüler die Computerarbeit beim Kurs. Der Dank gebührt Hans Kalmbach IBM. Bei den IBM Hochschulkongressen 1986 1988 war die Teilnahme der Kursveranstalter erwünscht, so dass mit zwei Referenten eine MINT Zusammenarbeit (bezüglich ihrer Vorträge) entstand (Kapitel 3). Einige einführende Kommentare zum Archives KHE sind nötig zu den dort vorhandenen Originalen, unpublizierten Büchern und Skripte, die in Teilen bereit gestellt werden als Tagung zum Tag der Mathematik 1990 (MINT in Kapitel 5), Tagung zur Allgemeinen Algebra 1977 (ein mathematisches Forschungsgebiet der Editorin in Kapitel 6) und als ein Seminarbericht zu ihrem Buch *Orthomoduare Verbände*, in dem sie 1983 ein neues Forschungsgebiet aus den Originalpublikationen der Forscher erstellt hat. Die von ihr (damals mühsam und einmalig) gesammelte Literatur umfasst mehr als 1000 Artikel. Das heute von ihr konzipierte mathematisch oktonische Weltbild für die Quantenphysik beruht auf einem endlich-, 8-dimensionalen Modell WIGRIS, das in Videos und Animationen mögliche technische Realisierungen für visuelle Nukleonen Darstellungen erlauben könnte, die 2016 praktisch nicht eingesetzt sind. Drei Autoren stellen in Kapitel 9 den neuangekommenen Flüchtlingen Bräuche und Wohnen in Bad Wörishofen vor. Das abschliessende Kapitel ist ein Nachtrag des Autors Nentwich zu MINT Band 34, der Frank M. Allies gewidmet war. Das neue von Dr. Frank Houdek erstellte logo zu begleitenden CDs/DVDs ist ab Band 31

Bad Wörishofen, im August 2016,

Gudrun Kalmbach H. E.

Der Tag der Mathematik

1. Einleitung

Der Tag der Mathematik ist ein eintägiger, überregionaler Wettbewerb, für mathematisch interessierte und talentierte Schüler der 12. Jahrgangsstufe. Durchgeführt wird er an den Universitäten Karlsruhe, Konstanz, Tübingen, Ulm und am Gymnasium Bensheim. Die Professoren H.-B. Brinkmann (Konstanz), G. Kalmbach (Ulm) und L. Kaup (Konstanz) haben diese Veranstaltung 1985 ins Leben gerufen und seitdem jährlich durchgeführt.

Dieser Beitrag berichtet über eine Veranstaltung in Ulm, beleuchtet die Ziele des Wettbewerbs, die organisatorischen Rahmenbedingungen und analysiert ausgewählte Aufgaben aus der Sicht eines Teilnehmers.

2. Ziele

Der Wettbewerb wendet sich primär an mathematisch aktive und begabte Schülerinnen und Schüler der 12. Klasse und sekundär an die unterrichtenden Lehrkräfte. Für die Schülerinnen und Schüler bietet der Tag der Mathematik die Möglichkeit, sich in einem überregionalen Vergleich zu qualifizieren. Gefragt ist auch ein Arbeitsstil, der sich auf rasch verändernde, äußere Bedingungen einstellt und die erforderlichen Ideen adäquat umsetzt. Das breite, aus den Lehrplänen abgeleitete Spektrum der Aufgaben setzt ein ebenso weit gefächertes Wissen und Können voraus.

Die erfolgreichsten Teilnehmer dieser Veranstaltung werden zu einem Intensivkurs für Mathematik eingeladen, wo sie in einer kleinen Gruppe von Gleichaltrigen eingebunden, vertieft mit mathematischen Problemen auseinandersetzen. Damit wurde ein Weg zur Förderung von Begabungen im mathematisch naturwissenschaftlichen Bereich eingerichtet.

Die Integration der Lehrkräfte bei dieser Veranstaltung ist sinnvoll, weil sie wesentlich das Umfeld und die Arbeitsbedingungen in der Schule gestalten. Beim Tag der Mathematik lernen sie die Schülerinnen und Schüler unter Bedingungen kennen, die von denen des Schulalltags verschieden sind. Es bietet sich die Möglichkeit eines überörtlichen Vergleichs von Leistungen. Auf der anderen Seite ist für die Schülerinnen und Schüler die Beobachtung interessant, daß bei der Aufgabenrunde für die Lehrkräfte richtige Lösungen nicht in den Schoß fallen.

Wenn die Veranstaltung an einer Universität stattfindet, vermittelt sie den Teilnehmern einen Einblick in eine Institution, in der sie möglicherweise nach Abschluß der Schule arbeiten wollen oder in der sie Ressourcen für zusätzliche Aktivitäten im mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich vorfinden.

3. Organisationsform

Der Tag der Mathematik ruht auf drei organisatorischen Säulen: den Wettbewerben, ein Programm für die begleitenden Lehrkräfte und den Tätigkeiten im Hintergrund. Das Begleitprogramm ist als Fortbildungsveranstaltung für die Lehrkräfte konzipiert, dient aber auch als Auffangbecken für Schüler mit einem weniger gut ausgeprägten Durchhaltevermögen. Eine nicht zu unterschätzende Arbeit ist im Hintergrund zu leisten, denn die in den Wettbewerben abgelieferten Lösungen sind zu korrigieren und sofort abschließend zu bewerten.

Zeit	Wettbewerbe	Begleitendes Programm	Organisatorischer Rahmen
9.00		Besichtigung der Bibliothek	
9.30			Ankunft
10.00			Begrüßung
10.15	Gruppenwettbewerb	Vortrag über die Logarithmus-Funktion	
11.00			Korrekturen
11.15	Einzelwettbewerb	Vortrag über die Informationsverarbeitung	
12.00		Besichtigung des Rechenzentrums	
12.30			Essen
13.00			
14.00	Speed-Wettbewerb	Vortrag über Mikroelektronik	
14.45			
15.00	Aufgaben für Lehrer		Schlußveranstaltung
16.00	Ende		Preisverleihung

Abb. 1: Beispiel einer Organisationsform: Ulm 92

In der Preisverleihung am Ende der Veranstaltungen werden die erbrachten Leistungen honoriert. Sie ist für Schüler motivierend, insbesondere auch wenn ein Mitschüler und/oder eine begleitende Lehrkraft erwähnt oder geehrt wird.

4. Analyse der Aufgaben

Die gültigen Lehrpläne bilden den Rahmen für die gestellten Aufgaben. Daher liegen die Aufgabenschwerpunkte in den Bereichen Geometrie, Analysis und Arithmetik. Aber auch der Algebra, der Logik und dem Gebiet Diskrete Strukturen sind Aufgaben entnommen. Eine Formelsammlung ist für die Bearbeitung der Aufgaben nicht zugelassen.

Der Gruppenwettbewerb, eine für schulische Verhältnisse ungewohnte "Leistungserhebung" hat Hinführungsfunktion. Der Einzelne findet immer noch ein ihm persönlich bekanntes soziales Umfeld vor, weil einer Gruppe bis zu fünf Schülerinnen und Schüler einer Klasse/Schule angehören. Der Erfolg einer Gruppe ist nicht nur vom Können einzelner Gruppenmitglieder, sondern sowohl von der Fähigkeit zur Koordination und Kommunikation, als auch vom Wechsel bei Arbeitsaufteilung und Zusammenarbeit abhängig.

Bei dem Wettbewerb 92 in Ulm mußten vier Aufgaben, zwei in Analysis, eine in Geometrie, eine in Arithmetik, in ca. 45 Minuten bearbeitet werden.

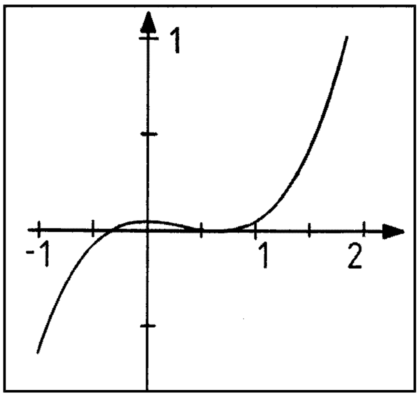
Ein typisches Beispiel ist die Aufgabe 1:

> Gegeben ist die Funktion f: $\mathbb{D}_f \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{24}$. Ihr Schaubild sei K.
> (a) Bestimme die relativen Maxima, Minima und Wendepunkte von K.
> (b) Wird $|f(x)| > 1$ für $|x| < 1$?
> (c) Bestimme die Nullstellen von f(x).

Lösungen:

(a) Die gesuchten Punkte sind: Maximum $(0 \mid \frac{1}{24})$;

Minimum $(\frac{2}{3} \mid -\frac{5}{648})$; Wendepunkt $(\frac{1}{3} \mid \frac{11}{648})$.



(b) In den Intervallen $[-1 ; 0]$, $[0 ; \frac{2}{3}]$ und $[\frac{2}{3} ; 1]$ ist f monoton und an den Endpunkten der Intervalle der Betrag $|f(x)|$ kleiner als 1 .
Als Ergebnis ist festzuhalten: $|f(x)| < 1$ für $|x| < 1$.

(c) Erraten werden muß, daß $f(\frac{1}{2}) = 0$ ist. Nach der Polynomdivision des Funktionsterms durch den Linearfaktor $(x - \frac{1}{2})$ ergibt die Suche nach den Nullstellen noch $x_{2,3} = \frac{1}{4}(1 \pm \sqrt{5})$.

In der gegliederten Fragestellung werden in Teilaufgabe (a) nach einem standartisierten Verfahren die charakteristischen Punkte des Graphen berechnet. Die Fähigkeit, frühzeitig eine modellhafte Vorstellung vom Verlauf des Graphen aufgrund der gefundenen Daten zu gewinnen, erleichtert die rationelle Bearbeitung der folgenden Teilaufgaben. Aufgabe (b) erfordert eine Fallunterscheidung, mit einer konsequenten und klaren Argumentation. Die abschließende Aufgabe (c) setzt das Erraten einer Gleichung 3. Grades voraus. Eine rasche Lösung ist nur mit der sicheren Handhabung der elementaren Rechenoperationen möglich.

Beim Einzelwettbewerb mußten drei Aufgaben während 45 Minuten bearbeitet werden. Die Aufgaben aus der Analysis, Logik und Arithmetik waren so gewählt, daß sie einerseits eine leistungsgerechte Differenzierung erlaubten, andererseits aber nicht entmutigend wirkten.

Um alle Punkte der Bewertung zu erhalten, ist ein in verschiedenen Bereichen gegründetes Wissen und Können nötig. Die Geometrieaufgabe sprach das räumliche Vorstellungs- und Modelliervermögen an und erforderte den Aufbau einer Argumentationskette aus mehreren Schritten. Bei der Logikaufgabe galt es, zunächst die Struktur des dargestellten, komplexen Sachverhaltes mit Hilfe logischer Verknüpfungen zu ordnen und dann die gegebene Fragestellung aufzuklären. Zur Lösung der Analysisaufgabe war eine differenzierende Betrachtung von Grenzwertproblemen erforderlich.

Die vorgelegten Komplexaufgaben enthielten eine wenig gegliederte Problemstellung, es war eine geeignete Strategie zu finden und dann die richtige Lösung in einem reflektierenden Vorgehen zu erreichen.

Als Beispiel sei hier die Aufgabe 2 dargestellt:

> Die Vornamen und die Nachnamen von vier Personen lauten: Arnold, Bernhard, Conrad und Dietrich. Wir wissen folgendes:
>
> (a) Keine Person hat denselben Vor- wie Nachnamen
> (b) Conrad hat nicht den Familiennamen Arnold.
> (c) Der Nachname Bernhard stimmt mit dem Vornamen des Schülers überein, der als Nachname den Vornamen des Schülers besitzt, der mit Nachnamen Dietrich heißt.
>
> Wie heißen die einzelnen Personen mit Vor- und Nachnamen.

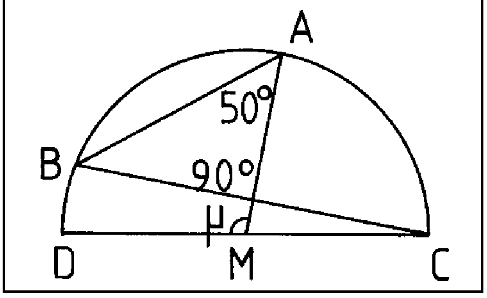
Lösung:
Es sei M = {A, B, C, D} die Menge der Namen.
Nicht zulässig ist (X| X) mit $X \in$ M. Nicht (C| A) impliziert (C| A) oder (C| B).
Aus (C| B) folgt (A| D), (X| A), (B| X); es ergibt sich daher ein Widerspruch.
Aus (C| D) folgt (C| D), (B| A), (A| C) und (D| B), was der Aufgabenstellung entspricht.

Anmerkungen zur Aufgabe: Benötigt wird zunächst eine sachgerechte Interpretation des vorgelegten Textes. Z.B. eine Tabelle hilft die Zusammenhänge zu überblicken und die Lösungsschritte richtig aneinanderzureihen.

Speed-Wettbewerb

Gestellt wurden fünf Aufgaben, je zwei aus der Algebra und der Arithmetik, sowie eine weitere aus der Analysis. Die Bearbeitungszeit betrug nun maximal 60 Minuten. Da nur die schnellsten und richtigen Lösungen in die Wertungen kommen, erfordert ein erfolgreiches Abschneiden rasches Erfassen, Überblicken und Bearbeiten einer problemhaltigen Situation.

Der geeignete Einstieg erfordert eine Idee, während der weitere Weg zur Lösung i.a. rasch abgegangen ist. Da die Zeit drängt, geht hier insbesondere auch die Konzentrations- und Kommunikationsfähigkeit unter Streß ein. Als Beispiel wird Aufgabe 3 herangezogen:



> Berechne den eingezeichneten Winkel
> $\mu = \angle(DMA)$.
>
> (Hinweis: Zeichne geeignete Strecken ein !)

Lösung:

Eingezeichnet werden müssen die Strecken [BM] und [AC]. Dann ist $\angle(CBA) = 40°$.
ΔBMA und ΔBMC sind gleichschenklig, also gilt $\angle(MBC) = 10°$ und $\angle(BCM) = \alpha = 10°$.

Wegen 180° = 90° + (μ - α) ist der Winkel μ = 100°.

Die Lösung beginnt mit der Idee, welche Strecken zu ergänzen sind. Die sich anschließenden Überlegungen verknüpfen die Eigenschaft des ΔDCB rechtwinklig zu sein mit der Symmetrie der Punkte B und C in bezug auf MC. Der Lösungsweg umfaßt eine mehrschrittige Argumentationskette.

5. Zusammenfassung

Dieser Wettbewerb bildet eine sehr gut geeignete Klammer zwischen Schule und Universität. Den Schülerinnen und Schülern wird der Einblick in die Arbeitswelt an der Universität ermöglicht, nicht im Sinne einer Besichtigung, sondern aktiv handelnd. Insbesondere für gut Begabte ist dies hochmotivierend.

Literatur

[1] Kalmbach, G. (Hg.): Tag der Mathematik - Jährliche Berichte 1985-92, Universität Ulm
[2] Müller, H.: Heuristisches Arbeiten beim Lösen von Komplexaufgaben; MU 3 (38), S. 7 (1992)
[3] König, H.: Einige für den Mathematikunterricht bedeutsame heuristische Vorgehensweisen; MU 3 (38), S. 24 (1992)

Dieser Beitrag wurde in abgewandelter Form als Vortrag zum Workshop "Hochbegabung in Mathematik, Naturwissenschaften und technischen Fächern" am 12.10.92 in München gehalten.

Verfasser: Dr. Friedrich Wörlen, Veit-Stoß-Str. 54, 91154 Roth
Lehrer am Gymnasium in Roth/Mittelfranken.

Kurzfassung

Der Tag der Mathematik ist ein eintägiger Schülerwettbewerb, an dem sich jährlich ca. 700 Schüler beteiligen. Seit 1985 sind Schüler der zwölften Klasse des Gymnasiums so gefördert worden. Es wird über das Programm und ausgewählte Aufgabenstellungen berichtet.

Lokaler Samstagsunterricht
Einmal monatlich treffen sich seit 1993 an einem Wochende Schüler und Schülerinnen an der Universität Ulm. Es werden in diesem Kompaktkurs wechselnde Themen aus der Informatik, Mathematik und den Naturwissenschaften behandelt. Die Schüler und Schülerinnen lernen mit LaTeX schreiben, arbeiten schriftlich am Computer ein Referat aus, über das sie einen Vortrag halten, und die Referatsausarbeitungen werden in einem Skript gesammelt. Der Kurs wird auch nach dem Ausscheiden von Prof. Dr. Gudrun Kalmbach H. E. (im Ruhestand) von anderen Professoren der Universität Ulm angeboten.

Ziele, die mit dieser Förderung erreicht werden sollen, sind: Schüler und Schülerinnen lernen erstmals als Brückenschlag zwischen Schule und Universität das atmosphärisch Neue einer Universität beim Zusammentreffen mit Hochschullehrern kennen. Vorlesungen mit Übungen und ein Seminar werden geboten. Den Schülern und Schülerinnen werden Vorträge über anregende Probleme und Inhalte, die nicht zum Schulstoff gehören, gehalten. Sie lernen, unabhängig und im Team zu arbeiten und erhalten einen realistischen Eindruck, was später ein Mathematik– oder naturwissenschaftliches Studium sein kann.

Literatur: G. Kalmbach et al, *Mathematik – bunt gemischt,* Becker–Verlag, Velten, 1996, ISBN 3–89597–269–X

Kontaktadresse:
Prof. Dr. G. Kalmbach H. E., MINT, PF 1533, D-86818 Bad Wörishofen
email: 073162193-0001@t–online.de