

**Begabtenförderung  
im MINT-Bereich**  
**(Mathematik, Informatik,  
Naturwissenschaften, Technik)**

**Band 3**

**Dedicated to Zdenka Riečanová  
on her 65. birthday**

**Pascal Hitzler und Gudrun Kalmbach H. E. (Hrsg.)**

**Aegis-Verlag  
Ulm 1999**

**Pascal Hitzler und Gudrun Kalmbach H. E. (Hrsg.)**

**Begabtenförderung im MINT-Bereich  
(Mathematik, Informatik,  
Naturwissenschaften, Technik)**

**Band 3: Dedicated to Zdenka Riečanová  
on her 65. birthday**

© bei den Herausgebern

In Kommission bei  
Verlag der Aegis Buchhandlung Ulm

ISBN 3-87005-053-5

# Contents

Professor Zdenka Riečanová — V. Olejček	1
<b>1 Cryptology — O. Grošek, L. Satko and K. Nemoga</b>	<b>7</b>
1.1 What Caesar really did two thousands years ago	7
1.2 Modular Arithmetics and finite Fields	10
1.2.1 New Arithmetics	10
1.2.2 Groups and Semigroups	11
1.2.3 Finite Fields	13
1.3 Why to study Permutations	13
1.3.1 Caesar Shift	14
1.3.2 Affine Cipher	15
1.3.3 The Power Permutation	15
1.3.4 Bigger Subgroups	16
1.3.5 Polynomial Permutations	17
1.3.6 Permutation Polynomials over a Field	20
1.4 Cryptology is a Science	21
1.5 Block Ciphers	22
1.5.1 Hill Cipher	22
1.5.2 Feistel's Trick	23
1.6 Asymmetric Ciphers	24
<b>2 Der Banachsche Fixpunktsatz und der Satz von Picard-Lindelöf</b>	<b>31</b>
— P. Hitzler and F. Lutscher	31
2.1 Der Banachsche Fixpunktsatz	32
2.1.1 Normierte Vektorräume	32
2.1.2 Konvergenz und Stetigkeit	33
2.1.3 Cauchyfolgen und Vollständigkeit	36
2.1.4 Der Banachsche Fixpunktsatz	36
2.2 Der Satz von Picard-Lindelöf	38
2.2.1 Mathematische Modelle in der Biologie	38
2.2.2 Differentialgleichungen	39

2.2.3	Der Satz von Picard-Lindelöf . . . . .	41
2.2.4	Anwendung und Ausblick . . . . .	43
<b>3</b>	<b>A Conception of the World — G. Kalmbach H. E.</b>	<b>45</b>
3.1	CC-Springs . . . . .	46
3.2	Three different Speeds . . . . .	47
3.3	Gluons . . . . .	48
3.4	Spin-Grids . . . . .	48
3.5	Electromagnetic Waves . . . . .	52
3.6	Weak Interaction and electric Charge . . . . .	53
3.7	9D-Bags . . . . .	58
3.8	Atoms . . . . .	66
3.9	Gravity and Impulse . . . . .	68
3.10	Galaxies and 6-Roll Mills . . . . .	72
<b>4</b>	<b>The Importance of Knowing Fuzzy Zero — M. Mares</b>	<b>79</b>
4.1	Introduction – World of Fuzziness . . . . .	79
4.2	Fuzzy Set . . . . .	80
4.3	Fuzzy Quantity . . . . .	81
4.4	Algebraic Properties of Fuzzy Quantities . . . . .	84
4.5	Roots of the Problems . . . . .	87
4.6	Weak Algebraic Properties . . . . .	89
4.7	Conclusive Comments . . . . .	92
<b>5</b>	<b>An Example of a Convergence Class on Posets — V. Olejček</b>	<b>93</b>
5.1	Introduction . . . . .	93
5.2	Nets and Subnets . . . . .	94
5.3	Topology and topological Convergence . . . . .	95
5.4	Axioms of Convergence — A Convergence Class . . . . .	96
5.5	Order Convergence on a Poset . . . . .	98
<b>6</b>	<b>Polynomials and Rational Functions of one Variable — Š. Porubský</b>	<b>99</b>
6.1	Number Rings and Fields . . . . .	99
6.2	Polynomials . . . . .	102
6.2.1	Divisibility and Irreducibility of Polynomials . . . . .	106
6.2.2	Roots of Polynomials . . . . .	109
6.2.3	Viète's Formulas . . . . .	112
6.2.4	Roots and Irreducibility . . . . .	113
6.2.5	Euclid's Algorithm . . . . .	115
6.2.6	Resultant . . . . .	119

6.2.7	Horner's Scheme . . . . .	123
6.2.8	Quadratic Horner's Scheme . . . . .	125
6.2.9	Derivatives of Polynomials . . . . .	129
6.2.10	Taylor's Expansion of a Polynomial . . . . .	133
6.2.11	Solution of Equations in Radicals . . . . .	135
6.2.12	Rational Polynomials . . . . .	151
6.2.13	Hurwitz's Polynomials . . . . .	157
6.2.14	Interpolation Formulas . . . . .	159
6.3	Fractional Rational Functions . . . . .	165
6.3.1	Partial Fractions Decomposition . . . . .	168
6.3.2	Derivatives of Rational Functions . . . . .	186
<b>7</b>	<b>Parkettierungen in Ebene und Raum — K. Richter-Häsler</b>	<b>193</b>
<b>8</b>	<b>Simple Random walk and once-reinforced random walk on integers are recurrent — S. Rolles</b>	<b>203</b>
8.1	Introduction . . . . .	203
8.2	Simple Random Walk . . . . .	205
8.3	Once-reinforced Random Walk . . . . .	206
<b>9</b>	<b>Planar Graphs — an Introduction — J. Sirán</b>	<b>211</b>
9.1	What are Graphs? . . . . .	211
9.2	Planar Graphs . . . . .	214
9.3	Proving that a Graph is non-planar . . . . .	216
9.4	The Kuratowski Theorem . . . . .	219
9.5	Why does the Kuratowski Theorem hold? . . . . .	220
9.6	Further Topics in Planarity . . . . .	223
	<b>Who's Who</b>	<b>227</b>



# Vorwort

Nach zwei Jahren setzen wir die Reihe **Begabtenförderung im MINT-Bereich** fort, die 1997 mit den Bänden 1 und 2 begonnen wurde. Auch jetzt ist der Titel dieser Reihe nur als Schwerpunkt gemeint. Besonders zum Thema *Förderung von Mädchen und Frauen im MINT-Bereich* wollen wir uns wegen der Ziele des **Emmy-Noether-Vereins** nicht nur mit *begabten* Mädchen und Frauen befassen, sondern auch allgemeinere Aspekte herausgreifen.

Was wir in diesen beiden Jahren zusammengestellt haben, musste auf drei Bände verteilt werden.

Band 3 enthält überwiegend Beiträge aus der Mathematik, die von Professoren und Doktoranden in deutscher oder englischer Sprache für einen international besetzten Schüler/innen-Kurs verfasst wurden. Auch der Beitrag zur axiomatisch-geometrischen Beschreibung der vier Grundkräfte in der Physik war für diesen Kurs konzipiert.

In Band 4 sind die Materialien zu Geschlechterstudien zusammengefasst; fünf vorgeschaltete Beiträge beziehen sich auf die Begabtenförderung allgemein.

Band 5 bringt Beiträge generell zur *Mathematik, ihrer Didaktik* und ein autobiographisches Fragment eines ehemaligen Mathematiklehrers.

Mit der Herausgabe verbinden wir die Hoffnung, dass diese Arbeit auch künftig möglich sein wird.

Ulm, den 17. Dezember 1999

Pascal Hitzler, Gudrun Kalmbach H. E. und Otto Lange



*Zdeňka Pěcaurová*