

MINT

(Mathematik, Informatik,  
Naturwissenschaften, Technik)

Band 20

Gudrun Kalmbach H. E. (Hrsg.)

Aegis-Verlag Ulm

2009

**Editor and Production:**

Gudrun Kalmbach H.E.

**Board of Editors:**

Anatolij Dvurečenskij, Otokar Grošek, Pascal Hitzler,  
Otto Lange, Radko Mesiar, Zdenka Riečanová

**Submissions and Editorial Correspondence:**

Letters (and articles) should be sent preferably by email (as attachment)  
to `mint-01@maxi-dsl.de`

or by postal mail to

Prof. Dr. G. Kalmbach H.E., PF 1533, D-86818 Bad Woerishofen,  
Germany.

**Editor for the Volume:**

**Gudrun Kalmbach H. E.**

**MINT**

**(Mathematik, Informatik,  
Naturwissenschaften, Technik)**

**Band 20**

© bei den Herausgebern, 2009

In Kommission bei  
Verlag der Aegis Buchhandlung Ulm

ISBN 978-3-87005-075-7

# Contents

## Vorwort

<b>I</b>	<b>Seminare mit Schülern</b>	<b>3</b>
1	Ein Dreiecks-Umkreisproblem - Werner Hauptvogel	5
2	Taylorploynome - Matthias Krusch	7
2.1	Herleitung der Taylor-Reihe . . . . .	7
2.1.1	Mittelwertsatz der Differentialrechnung . . . . .	7
2.1.2	Herleitung der Taylorreihendarstellung . . . . .	8
2.1.3	Relation zwischen $f(x)$ und $P_a^k(x)$ . . . . .	8
2.2	Berechnung des Restgliedes $R_k$ . . . . .	10
2.2.1	Lemma . . . . .	10
3	Boolesche Algebra - Marcus Lauhof et al.	15
3.1	Verknüpfungsgebilde und Verbände . . . . .	15
3.2	Modelle der Booleschen Algebra . . . . .	16
3.2.1	Aussagenlogik . . . . .	17
3.3	Boolesche Schaltalgebra . . . . .	20
3.3.1	Grundlegende Definitionen . . . . .	20
3.3.2	Anwendungen der Schaltalgebra in der Praxis . . . . .	21
3.3.3	Logische Schaltungen . . . . .	23
3.4	Weitere Definitionen zu Booleschen Algebren . . . . .	24
4	IFS-Fraktale - Gerald Meier	27
4.1	Einführung . . . . .	27
4.2	Affine Transformationen . . . . .	27
4.3	Bilderzeugung . . . . .	28

4.4	Der IFS-Code . . . . .	29
<b>5</b>	<b>Differenzgleichungen - Tobias Tschumi</b>	<b>31</b>
5.1	Homogene Differenzgleichungen . . . . .	31
5.2	Inhomogene Differenzgleichungen . . . . .	33
5.3	Fibonaccifolge . . . . .	34
<b>II</b>	<b>Science</b>	<b>37</b>
<b>6</b>	<b>Gleason Applications - Anatolij Dvurečenskij</b>	<b>39</b>
6.1	Measures for a Non-measurable Cardinal . . . . .	39
6.2	Boundedness of $\sigma$ -Measures . . . . .	41
6.3	Measures with Infinite Values . . . . .	41
6.4	Measure Criteria for Completeness . . . . .	44
6.5	Gleason Measures on Krein Spaces . . . . .	46
6.6	Characterizations of Inner Product Spaces . . . . .	49
<b>7</b>	<b>The Spectral Theorem - Andreas Hermann</b>	<b>53</b>
7.1	Basic Concepts . . . . .	53
7.2	The Spectral Theorem . . . . .	57
7.3	Results for Hilbert Spaces . . . . .	59
<b>8</b>	<b>Orthomodular Lattices - Gudrun Kalmbach H.E.</b>	<b>65</b>
8.1	Orthomodularity . . . . .	65
8.2	Laws for Hilbert Spaces . . . . .	68
<b>9</b>	<b>Orthomodular Measures - Gudrun Kalmbach H.E.</b>	<b>77</b>
9.1	Orthomodularity and Measures . . . . .	78
9.2	Special Properties for Measures . . . . .	85
<b>10</b>	<b>A Cluster analysis application in hydrology - Elena Pastuchová et al.</b>	<b>93</b>
10.1	Introduction . . . . .	93

10.2	Dissimilarities and similarities: Measuring the quality of clustering . . . . .	93
10.3	Standardization of variables . . . . .	94
10.4	Distance measures . . . . .	95
10.5	Types of clustering . . . . .	95
10.5.1	Partitioning methods . . . . .	96
10.5.2	Hierarchical methods . . . . .	97
10.5.3	Density - based methods . . . . .	98
10.5.4	Grid - based clustering methods . . . . .	98
10.5.5	Model- based clustering methods . . . . .	99
10.6	Application cluster analysis in hydrology . . . . .	100
10.6.1	Region forming process . . . . .	100
10.6.2	Results of the analysis . . . . .	101
10.7	Conclusion . . . . .	102
<b>11</b>	<b>What is Quantum Cryptography? - Marcel Polakovič</b>	<b>105</b>
11.1	Introduction . . . . .	105
11.2	What is cryptography? . . . . .	105
11.3	Asymmetrical (public-key) cryptosystems . . . . .	105
11.4	Symmetrical (secret-key) cryptosystems . . . . .	106
11.5	Quantum cryptography . . . . .	107
11.6	The BB84 protocol . . . . .	107
11.7	Experimental and technical realizations . . . . .	109
11.8	Conclusion . . . . .	109
<b>12</b>	<b><i>D</i>-posets and effect algebras - Zdenka Riečanová</b>	<b>111</b>
12.1	Effect algebras, <i>D</i> -posets and <i>D</i> -algebras . . . . .	112
12.2	Generalized structures . . . . .	114
12.3	Subalgebras of <i>D</i> -algebras and effect algebras . . . . .	116
<b>13</b>	<b>An Early Universe, Bags and Gravitons - Gudrun Kalmbach</b>	
	<b>H.E.</b>	<b>121</b>
13.1	Nucleons and Deuteron . . . . .	121

13.2 Equations for Nucleons - old and new . . . . .	127
13.2.1 Group speed of 3 Quarks . . . . .	129
13.2.2 Bag Radius and Frequencies generated in Nucleons . .	131
13.2.3 A Schrödinger approach . . . . .	131
13.2.4 A Bag geometry, unifying Gravity, SI, WI . . . . .	133
13.3 A Time-Space Evolution in six Dimensions . . . . .	134
13.4 Concluding Remarks . . . . .	146

# Vorwort

In den MINT-Bänden werden Artikel zur Begabtenförderung, wissenschaftliche Thesen veröffentlicht und aktuelle Themen angeschnitten.

Im ersten Teil *Seminare mit Schülern* des Buches werden aus den Jahren 1990-2001 exemplarisch einige Referate von MINT-Schülern, die bei meiner Lehrtätigkeit in MINT-Seminaren entstanden sind, wiedergegeben. Ergänzt wird dies durch einen weiteren Artikel.

Das erste Kapitel ist ein Dreiecks-Umkreisproblem. Die Kapitel 2-5 sind Schüler-Referate. Die Themen sind Taylorpolynome, Boolesche Algebra, Aussagenlogik und Schaltalgebren, IFS-Fraktale (heute veraltete Software, aber mit einer aktuellen und benutzten Beschreibung von affinen Transformationen) und Differenzgleichungen mit einem Anhang von zwei Seiten zur Literatur, die gelegentlich bei MINT-Kursen verwendet wurde.

Im zweiten Teil *Science* dieses Bandes, der in Englisch geschrieben ist, wird in den Kapitel 6-9, 12 eine Neuauflage der entsprechenden Kapitel meines Buches *Quantum Measures and Spaces* unter denselben Themen wiedergegeben. Das Buch ist nicht mehr im Buchhandel erhältlich. Die Themen sind zu einem Theorem von Gleason mit Anwendungen, Spectral Theorem, Orthomodular Lattices and Measures, D-posets and Effect Algebras.

Weitere aktuelle 2009 Artikel behandeln in Kapitel 10 eine Untersuchung zu *Cluster Analysis* mit Anwendung, in Kapitel 11 eine kurze Beschreibung zu Quantenkryptographie und in Kapitel 13 werden physikalische Probleme mit einer neuartigen Mathematik versehen, die eine Fortsetzung zu früher erschienenen Artikeln in MINT-Bänden ist, insbesondere das Thema Nukleonen und bag-Geometrie aufgreift und Ergänzungen zu zwei Artikeln von mir sind, die dieses Jahr im *International Journal for pure and applied Mathematics* erscheinen.

Die Herausgeberin bedankt sich für die Mitwirkung bei der Gestaltung dieses Bandes bei den Autoren und dem MINT-Board of Editors.

Bad Wörishofen, im November 2009

Gudrun Kalmbach H.E.

