

MINT

(Mathematik, Informatik,  
Naturwissenschaften, Technik)

Band 19

Gudrun Kalmbach H. E. (Hrsg.)

Aegis-Verlag Ulm

2009

**Editor and Production:**

Gudrun Kalmbach H.E.

**Board of Editors:**

Anatolij Dvurečenskij, Otokar Grošek, Pascal Hitzler,

Otto Lange, Zdenka Riečanová

**Submissions and Editorial Correspondence:**

Letters (and articles) should be sent preferably by email (as attachment)  
to [mint-01@web.de](mailto:mint-01@web.de)

or by postal mail to

Prof. Dr. G. Kalmbach H.E., PF 1533, D-86818 Bad Woerishofen.

**Editor for the Volume:**

**Gudrun Kalmbach H. E.**

**MINT**

**(Mathematik, Informatik,  
Naturwissenschaften, Technik)**

**Band 19**

© bei den Herausgebern, 2009

In Kommission bei  
Verlag der Aegis Buchhandlung Ulm

ISBN 978-3-87005-074-0

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort

<b>I</b>	<b>Seminare mit Schülern</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Primzahlen - Karin Groh</b>	<b>3</b>
1.1	Definitionen . . . . .	3
1.1.1	Teilbarkeit . . . . .	3
1.1.2	Primzahlen . . . . .	3
1.2	Folgerungen . . . . .	4
1.3	Das Sieb des Eratosthenes . . . . .	4
1.4	kgV und ggT . . . . .	4
1.5	Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung . . . . .	5
1.6	Der Euklidische Algorithmus . . . . .	6
1.6.1	Erläuterung . . . . .	6
1.6.2	Zum Beweis: . . . . .	6
1.6.3	Beispiel . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Die Zahl PI - Sergio Ierace</b>	<b>9</b>
2.1	Die Jagd nach einer uneinholbaren Zahl . . . . .	9
2.2	Immer mehr Nachkommastellen . . . . .	10
2.3	Merkverse zu Pi . . . . .	13
2.4	»Diese mysteriöse Zahl 3,14159 ... « . . . . .	13
2.5	Kettenbruch-Darstellung von Pi . . . . .	15
2.6	Integrale und Pi . . . . .	17

<b>3</b>	<b>Automaten und Turingmaschinen - Christian Jacobi</b>	<b>19</b>
3.1	Formale Sprachen . . . . .	19
3.1.1	Einführung . . . . .	19
3.1.2	Syntax . . . . .	20
3.2	Automaten . . . . .	21
3.3	Turingmaschinen . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Komplexe Zahlen und Quaternionen - Robert Schweizer und Gudrun Kalmbach H.E.</b>	<b>27</b>
4.1	Komplexe Zahlen . . . . .	27
4.2	Inversion am Kreis . . . . .	30
4.3	Riemannsche Zahlenkugel . . . . .	32
4.4	Quaternionen . . . . .	34
4.5	Übungen zur Vorlesung „Komplexe Zahlen“ . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Musik und Mathematik - Annette Schwick</b>	<b>37</b>
5.1	Geschichte . . . . .	37
5.2	Töne . . . . .	37
5.3	Intervalle . . . . .	39
5.4	Klänge . . . . .	40
5.5	Dur-Tonleiter . . . . .	40
5.5.1	Aufbau der natürlichen Dur-Tonleiter . . . . .	40
5.5.2	Gleichmäßig temperierte, chromatische Stimmung . . . . .	41
5.5.3	Logarithmisches Intervallmaß . . . . .	42
<b>6</b>	<b>Aus der Projektiven Geometrie . H.-J. Stoß</b>	<b>43</b>
6.1	Grundelemente und Phänomene . . . . .	43
6.2	Harmonische Lage und der Fundamentalsatz . . . . .	46
6.2.1	Harmonischer Punktwurf . . . . .	48
6.2.2	Harmonischer Strahlenwurf . . . . .	49
6.2.4	Satz von Desargues (1593-1662) . . . . .	50
6.2.5	Harmonische Grundfigur . . . . .	56
6.2.6	Vertauschbarkeiten . . . . .	57

6.2.7	Schnitt und Schein . . . . .	58
6.2.8	Erhaltung harmonischer Lage . . . . .	58
6.2.9	Projektivität . . . . .	59
6.2.10	Perspektivität . . . . .	60
6.2.11	Fundamentalsatz . . . . .	60
6.3	Punktreihen zweiter Ordnung . . . . .	62
6.3.1	Projektiv bezogene Büschel und Punktreihen . . . . .	64
6.3.2	Konstruktion einer Punktreihe zweiter Ordnung . . . . .	65
6.3.3	Kurven-Sechs-Eck . . . . .	66
6.3.4	Projektive Scheine . . . . .	67
6.3.5	Eindeutigkeit einer Kurve zweiter Ordnung . . . . .	68
6.3.6	Satz von Pascal (1623-1662) . . . . .	68
6.3.7	Satz von Pascal mit Tangenten . . . . .	70
6.3.8	Vollständiges Viereck . . . . .	70
6.3.9	Pol und Polare . . . . .	72
6.4	Übungsaufgaben . . . . .	74

## II Seminare mit Studenten 95

<b>7</b>	<b>Algorithmen auf Graphen – Frank Houdek</b>	<b>97</b>
7.1	Einleitung und Motivation . . . . .	97
7.2	Grundbegriffe der Graphentheorie . . . . .	99
7.2.1	Bäume . . . . .	102
7.3	Graphalgorithmen . . . . .	103
7.3.1	Einfaches Beispiel eines Algorithmus . . . . .	103
7.3.2	Analyse von Algorithmen . . . . .	105
7.3.3	Datenstrukturen für Graphen . . . . .	107
7.4	Einfache Probleme auf Graphen . . . . .	110
7.4.1	Breitensuche . . . . .	110
7.4.2	Tiefensuche . . . . .	112
7.4.3	Transitive Hülle . . . . .	114

7.5	Flüsse in Netzwerken . . . . .	115
7.5.1	Algorithmus von Ford und Fulkerson . . . . .	116
7.5.2	Analyse und Verbesserung . . . . .	121
7.5.3	Anwendung auf das Heiratsproblem . . . . .	123
7.6	Das Travelling Salesman Problem (TSP) . . . . .	124
7.7	Übungsaufgaben . . . . .	125
<b>8</b>	<b>A Universe with Moebius-Transformations - Gudrun Kalmbach H.E.</b>	<b>141</b>
8.1	Introduction . . . . .	141
8.2	Forces, Groups, a Projective View . . . . .	152
8.3	Concluding remarks . . . . .	163
<b>III</b>	<b>Archives KHE 1967–2001</b>	<b>171</b>
<b>9</b>	<b>Two Articles in the Archives KHE</b>	<b>173</b>
9.1	Abstrakt: Der Satz von Napoleon - Richard Bödi . . . . .	173
9.2	Some Rules of Physics - Gudrun Kalmbach H.E. . . . .	175
<b>10</b>	<b>Some Maths-Books in the KHE-Archives - Gudrun Kalmbach H.E.</b>	<b>179</b>
10.1	Introduction . . . . .	179
10.2	Brief Summaries for the Contents in [1]-[26] . . . . .	181
10.2.1	Applications . . . . .	181
10.2.2	Combinatorics/Discrete Mathematics . . . . .	182
10.2.3	Continuity and Limits . . . . .	182
10.2.4	Coordinates . . . . .	183
10.2.5	Curve sketching . . . . .	184
10.2.6	Derivatives and Differentiation . . . . .	184
10.2.7	Differential Equations DEQ . . . . .	184
10.2.8	Functions and their Graphs . . . . .	184
10.2.9	Inequalities and Equations . . . . .	185
10.2.10	Integrals . . . . .	185

10.2.11 Matrices and Transformations . . . . .	186
10.2.12 Numbers . . . . .	186
10.2.13 Numerics and Approximations . . . . .	186
10.2.14 Parametric Equations . . . . .	187
10.2.15 Quadrics, Conics and Transformations . . . . .	187
10.2.16 Series . . . . .	187
10.2.17 Sets and Topology . . . . .	188
10.2.18 Vectors . . . . .	188





# Vorwort

In den MINT-Bänden werden Artikel zur Begabtenförderung, wissenschaftliche Thesen veröffentlicht und aktuelle Themen angeschnitten.

Im ersten und zweiten Teil des Buches werden aus den Jahren 1990-2001 exemplarisch einige Referate, Vorlesungen oder Arbeiten von MINT-Schülern, Lehrern und Lehramtskandidaten, die bei meiner Lehrtätigkeit in MINT-Seminaren entstanden sind, wiedergegeben. Ergänzt wird dies durch zwei Kursvorlesungen und weitere Artikel.

Die ersten drei Kapitel sind Schüler-Referate. Die Themen sind Primzahlen, die Zahl  $\pi$ , Automaten und Turingmaschinen. Robert Schweizer führt in Kapitel vier komplexe Zahlen und Quaternionen ein. In Kapitel fünf berichtet eine Schülerin zu Grundlagen der Musiktheorie. Eine intuitiv, nicht streng axiomatisch eingeführte Kursvorlesung von Prof. Dr. H.-J. Stoß zur *Projektiven Geometrie* ist in Kapitel 6 zu finden. Sie wurde in dieser Form sehr gut von Schülern akzeptiert.

Dasselbe kann ich zur Kursvorlesung von Dr. F. Houdek *Algorithmen auf Graphen* berichten, die im zweiten Teil dieses Bandes, Kapitel 7 zu finden ist. Ein in englischer Sprache geschriebener Artikel (Kapitel 8) behandelt physikalische Probleme zu Schwarzen Löchern, wobei eine neuartige Mathematik vorgeschlagen wird. Aus den *Archives KHE 1967-2001* stammt die kurze Schilderung eines Vortrags von Dr. R. Bödi für Schüler, eine Ergänzung zu Kapitel 8 und eine Literaturliste von Büchern, die Schüler während MINT-Kursen für ihre Referate verwenden konnten.

Die Herausgeberin bedankt sich für die Mitwirkung bei der Gestaltung dieses Bandes bei den Autoren und dem MINT-Board of Editors.

Bad Wörishofen, im März 2009

Gudrun Kalmbach H.E.

