

**Begabtenförderung  
im MINT-Bereich**  
**(Mathematik, Informatik,  
Naturwissenschaften, Technik)**

**Band 15**

**Martin Grimm und Gudrun Kalmbach H. E. (Hrsg.)**

**Aegis-Verlag Ulm**

**2007**

**Editor and Production:**

Gudrun Kalmbach H.E.

**Board of Editors:**

Anatolij Dvurečenskij, M. Grimm, Otokar Grošek, Pascal Hitzler,  
Vladimir Janiš, Otto Lange, Zdenka Riečanová

**Submissions and Editorial Correspondence:**

Letters (and articles) should be sent preferably by email (as attachment)  
to `mint-01@web.de`

or by postal mail to

Prof. Dr. G. Kalmbach H.E., PF 1533, D-86818 Bad Woerishofen.

**Scientific Editors for the Volume:**

**Martin Grimm und Gudrun Kalmbach H. E.**

**Begabtenförderung im MINT-Bereich**

**(Mathematik, Informatik,  
Naturwissenschaften, Technik)**

**Band 15**

© bei den Herausgebern, 2007

In Kommission bei  
Verlag der Aegis Buchhandlung Ulm

ISBN 978-3-87005-070-2

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Geschichtliches und Wissenschaftliches</b>	<b>1</b>
1	Das Temperaturfeld der Erdkruste	3
2	Regenerative Energien - Thomas Schmalschläger	7
2.1	Rahmenbedingungen . . . . .	7
2.2	Klimaschutzprojekte . . . . .	8
2.3	Biogaseinspeisung . . . . .	9
3	Wissenschaftliches Forschen	13
3.1	Schülerlabore . . . . .	13
3.2	Forschung von Frauen . . . . .	14
4	Transformationsgruppen und Geometrie	17
4.1	Geometrie der Ebene . . . . .	17
4.2	Nichteuklidische Geometrie . . . . .	20
4.3	Projektive Ebene . . . . .	22
4.3.1	Flächen 2. Ordnung im $\mathbb{R}^3$ . . . . .	24
4.3.2	Baryzentrische Koordinaten . . . . .	24
4.3.3	Doppelverhältnis . . . . .	25
4.4	Schließungssätze . . . . .	26
4.5	Untergruppen der projektiven Gruppe . . . . .	27
<b>II</b>	<b>Aus der Bildung</b>	<b>29</b>
5	Problem des Monats und der Känguru-Wettbewerb - Cornelia Brübach	31

5.1	Aufgaben beim Problem des Monats . . . . .	31
5.1.1	Sudoku . . . . .	31
5.1.2	2001-2005 . . . . .	32
5.2	Känguru-Wettbewerb . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Parallelenkonstruktionen und Aufgaben - Werner Hauptvogel</b>	<b>39</b>
6.1	Einleitung . . . . .	39
6.2	Einige Parallelenkonstruktionen . . . . .	39
6.3	Einige geometrische Aufgaben . . . . .	41
6.4	Schlussbemerkungen . . . . .	42
<b>7</b>	<b>Zum Lösen von Problemaufgaben im MINT-Bereich - Otto Lange</b>	<b>45</b>
7.1	Bedeutung des problemlösenden Lernens . . . . .	45
7.2	Begabungsförderung und Begabtenförderung . . . . .	46
7.3	Wozu die Einschränkung auf den MINT-Bereich? . . . . .	46
7.4	Was ist eine Aufgabe? . . . . .	47
7.5	Was ist eine wohldefinierte Aufgabe? . . . . .	47
7.6	Was ist ein Algorithmus? . . . . .	47
7.7	Abgrenzung von Routineaufgaben . . . . .	49
7.8	Beschreibung „konventionell“ gestalteter Kurse . . . . .	49
7.9	Übergang von Algorithmen zu Heurismen . . . . .	49
7.10	Heurismen im problemlösenden Unterricht . . . . .	51
7.11	Problemlösendes Lernen . . . . .	51
<b>8</b>	<b>Hat Problemunterricht eine Zukunft? - Otto Lange</b>	<b>55</b>
<b>9</b>	<b>Intensivkurse Mathematik - Pascal Hitzler und Gudrun Kalm- bach H.E.</b>	<b>61</b>
9.1	Der Anfang 1985 . . . . .	61
9.2	Die Kurse 1986-91 . . . . .	63
9.3	Hirschegg 1992 . . . . .	65

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	iii
9.4 Die Kurse 1993-94 . . . . .	65
9.5 Donaueschingen 1996 . . . . .	66
9.6 Schlussbemerkungen . . . . .	67
<b>III Archives KHE 1967–2001</b>	<b>69</b>
<b>10 General Mathematics Vol. 21-35, a Survey - Gudrun Kalm- bach H.E.</b>	<b>71</b>
10.1 Algebras, Categories and Varieties . . . . .	72
10.2 Combinatorics . . . . .	73
10.3 Lattices and Posets . . . . .	73
10.4 Algebras, Graphs, Geometry and Vector Spaces . . . . .	76
10.5 Automata and Categories . . . . .	77
10.6 Lattices and Posets . . . . .	78
10.7 Algebras, Analysis and Geometry . . . . .	81
10.8 Combinatorics . . . . .	82
10.9 Lattices, Logic, Measures and Operators . . . . .	83
10.10 Analysis . . . . .	86
10.11 Diverse Themes . . . . .	86
10.12 Lattices, Logic and Varieties . . . . .	87
10.13 Algebras and Geometry . . . . .	89
10.14 Lattices and Logic . . . . .	90
10.15 Algebras and Codes . . . . .	92
10.16 Algebras and Posets . . . . .	94
10.17 Reprint . . . . .	95
10.18 Analysis . . . . .	96
10.19 Discrete Structures I, II . . . . .	98
10.20 Graphs . . . . .	100
10.21 Informatik . . . . .	101
10.22 Linear Algebra . . . . .	103
10.23 Logik und Mengen . . . . .	104

10.24	Numerik . . . . .	105
10.25	Operations Research . . . . .	105
10.26	Probability . . . . .	106
10.27	Spiele/Games . . . . .	106
10.28	Topologie . . . . .	107
10.29	Zahlen . . . . .	107

# Vorwort

In diesem Band 15 der Reihe Begabtenförderung im MINT-Bereich werden mehrere Themenkreise angeschnitten.

Der Teil I *Geschichtliches und Wissenschaftliches* beginnt mit zwei Artikeln zur derzeitigen Diskussion um die  $CO_2$ -Ausstoss Reduzierung, hier vorgeschlagen durch eine Ausnutzung der Erdtemperatur oder der Biogasproduktion. Eine Erweiterung der im dritten Kapitel vorgestellten Schülerlabore auf andere Schularten sollte angeregt werden, ebenso eine Verbesserung der beruflichen Situation, Karriere und Bezahlung von Frauen. Beides ist derzeit in der öffentlichen Diskussion. Da für geometrische Anwendungen heute einiges aus der älteren Mathematikliteratur nützlich ist, wurden - ohne Beweise anzugeben - wichtige Daten und Definitionen aus einer Vorlesung von Kurt Reidemeister in Kapitel 4 überarbeitet wiedergegeben.

Der zweite Teil dieses Bandes ist zur *Bildung und Schule*. Im fünften Kapitel beschreibt Cornelia Brübach ihre Arbeit mit Schüler/inne/n, die bei Wettbewerben in Mathematik teilnehmen und stellt Aufgaben des *Problems des Monats* und *Känguru-Wettbewerbs* in Kurzfassungen vor, die thematisch Lehrer/innen zu ähnlicher Freizeitarbeit mit Schüler/inne/n anregen können. Ebenfalls für freiwilligen Zusatzunterricht in Mathematik ist Kapitel 6 von Werner Hauptvogel gedacht. Das Thema hier mit Konstruktionen und weiteren Aufgaben ist Geometrie. Der Pädagogik entstammen die zwei folgenden Artikel von Otto Lange. Im Mathematik-Informatik-Naturwissenschaften-Technik, MINT abgekürzt, Bereich referiert er (in 2003-2005 auf wissenschaftlichen Tagungen gehaltenen Vorträgen) zu *problemlösendem Lernen* und benutzt dazu Algorithmen und Heuristiken. Ob der von ihm vielfach empfohlene Problemunterricht eine Zukunft in Deutschland hat, ist seine Fragestellung in Kapitel 8. Pascal Hitzler und Gudrun Kalmbach H.E. schildern exemplarisch im neunten Kapitel einige der *Intensivkurse Mathematik*, 14tägige Kurse für Schüler/innen in den Schulferien, die von 1985 bis 2002 mit Universitätsdozenten und -professoren als Lehrern im Rahmen der Hochbegabtenförderung des Landes Baden-Württemberg veranstaltet wurden.

Im Archiv KHE befinden sich die Unterlagen zu Kapitel 10, Sonderdrucke aus der mathematischen Forschung und Unterrichtsmaterial für Seminare oder Mathematikurse, die von Gudrun Kalmbach H.E., auch zu ihrer Forschung, benutzt wurden.

Die Herausgeber bedanken sich für die Mitwirkung bei der Gestaltung dieses Bandes bei dem MINT-Board of Editors.

Bad Wörishofen, im April 2007

Martin Grimm und Gudrun Kalmbach H. E.

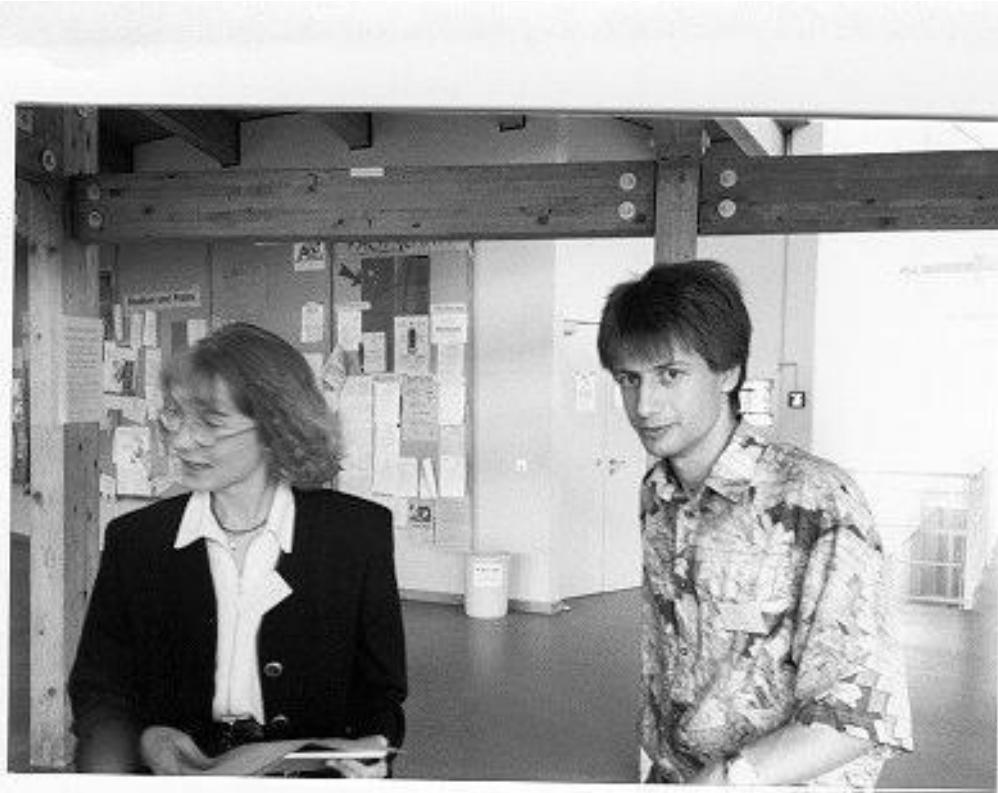


## GRIMM, MARTIN

geboren am 2. September 1970 in Spaichingen, Deutschland.

Studierte Informatik an der Universität Ulm und schloß seine Ausbildung mit dem Diplom in Informatik ab. 1992–1996 Mitarbeit am MINT-Programm der Universität Ulm als wissenschaftliche Hilfskraft.

Seit 1997 beschäftigt bei der SAP AG in Walldorf.



## Hirscheegg 1992

In diesem Kurs wurde je eine Vorlesung von Prof. Kalmbach zur Geometrischen Axiomatik (affine, projektive, euklidische, nichteuklidische Geometrie), von Prof. Kaup zu Komplexen Zahlen (mit Übungen geleitet von Manfred Hild und Pius Sprenger), von Dr. Fieseler zu Iteration komplex rationaler Funktionen gehalten und es gab einen Kolloquiumsvortrag von Prof. Dr. Alexander Halameiser aus Moskau, der Mathematik mit  $\bar{\omega}$  zu lösenden Aufgaben amüsant vorstellte. Es wurde sehr viel am Computer gearbeitet, - Fraktale mit Übungen, Turbo-Pascal Unterricht mit Übungen (geleitet von Rüdiger Paschotta), CUT mit LaTeX (geleitet von Michael Kessler). Der Intensivkurs-Band wurde von Martin Grimm und Frank Houdek betreut. Die Schülerreferate waren zu 3D-Grafik, Elementare Kurven, Fibonacci-Folgen, Inversion am Kreis, Juliamengen, Kryptologie, Matrizen-Darstellung der komplexen Zahlen, Mengenlehre, Musik, Quadratische Gleichungen, Peano Axiome, Platonische Körper, Projektive Geometrie, Rekursivität, Sätze von Euler, Ramsey, Spiele, Teiler und Reste, Triangulierungen, Turingmaschinen, Zahlen. Der Ausflug ging dieses Mal in die Breitachklamm, wo die Schüler/innen viel Spaß hatten. Mit neun lustigen Geschichten dokumentierten die jungen Männer ihre dichterische Veranlagung, und die Musik-Talentierten erfanden zu zwei bekannten Liedern neue Texte. Die Abschiedszeremonie (der Abschied) rührte zu Tränen.

## Die Kurse 1993-94

Eine kurze Zusammenfassung: 1993 fand der Kurs im Moosenmättle statt, 1994 im Naturfreundehaus Herrenberg (mit einer Fußwanderung am Sonntag im Schönbuch) und 1995 fiel der Kurs aus technischen Gründen aus. Schülerreferate waren zusätzlich zu früher genannten, (die aber oft inhaltlich verschieden abgehandelt wurden,) zur Ackermann-Funktion, Codierung nach Euler, deterministische Fraktale, endliche Automaten, formale Sprachen, IFS-Fraktale, Interpolation, Komplexität von Algorithmen, Permutationsgruppen, der Regenbogen. Ein Vortrag von A. Winterling war zu neuronalen Netzwerken. Es gab kreative Ecken, speziell nach 22:30 Uhr, wo die meisten Lehrkräfte ermüdet schliefen. Ein Fragebogen, der von Daniela Klöber und Maria Reichelt erstellt wurde, wurde verteilt und ausgewertet.

## Donaueschingen 1996

Es wurde den 24 teilnehmenden Schüler/inne/n von Pascal Hitzler und Frank Houdek eine Vorlesung mit Übungen zum Kontraktionssatz auf metrischen Räumen und zur algorithmischen Graphentheorie angeboten.

Im ersten Kurs wurden metrische Räume, Stetigkeit, Folgenkonvergenz, Vollständigkeit eingeführt, soweit diese Begriffe für den abschließend behandelten Kontraktionssatz wichtig waren. Mit den Übungen wurde den Schüler/inne/n ein intuitiver Zugang zu diesem Material ermöglicht.

Im zweiten Kurs wurde Graphentheorie soweit eingeführt, dass Anwendungen bei realen Problemen herausgestellt werden konnten. Besonderes Augenmerk wurde auf den Lösungsaufwand von Algorithmen in der Graphentheorie gelegt. Beim Problem des Handlungsreisenden wurde auf Heuristiken eingegangen. Diese Algorithmen, Techniken oder Konzepte konnten die Schüler/innen in den Übungen dann selbst anwenden.

In der Vorlesung von Ludger Kaup, Universität Konstanz, lernten die Schüler/innen komplexe Zahlen kennen und den Fundamentalsatz der Algebra, der in diesem Zahlssystem schön bewiesen werden kann. Natalie van Eijk und Sandra Schöpf betreuten die Übungen, erfanden eine nette Geschichte vom kleinen  $i$  und zitierten frei nach Robert Musil, wenn es darum ging zu verstehen, wie sich parallele Linien im Unendlichen schneiden sollen. Das Titelbild des während des Kurses erstellten Intensivkursbandes mit 201 Seiten zeigte eine Maus vor Prof. Kaups Tafel mit der Kaffeetasse in beiden Pfoten stehen, die verängstigt aber klug eine nicht ausgeführte  $\Sigma$  Summation anstarrt.

In einem Kolloquiumsvortrag stellte Dr. R. Bödi, Universität Tübingen, den Satz von Apollonius vor. Man soll mit Zirkel und Lineal zu drei vorgegebenen Kreisen den Berührkreis konstruieren. Eine Lösung wurde angegeben.

Die Schüler/innen lernten mit dem Buchdruckprogramm LaTeX ihre Referate zu schreiben und wurden dabei von Pascal Hitzler, Frank Houdek durch eine Einführung, mir und Katharina Schmithüsen oft bis in die späten Abendstunden hinein betreut.

Die Schülerreferate und -vorträge befassten sich mit Booleschen Algebren, Codierung, Differenzgleichungen, Fraktale, Gruppen, Kombinatorik, Modulo-Rechnen, Spiele, Sprachen und Maschinen, Taylorpolynome, Vollständiger Induktion, Zahlen.

In der Freizeit gingen die Schüler in das Römerbad, musizierten oder spielten abends zusammen und hatten einen gemeinsamen Abend mit den zu einem Parallelkurs in der Staatlichen Akademie für Lehrerfortbildung Donaueschingen anwesenden Lehrer/inne/n. Lustige Anekdoten wurden erfunden, samt Portraits der Teilnehmer.